マルチンゲール測度に基づくCVP分析の拡張可能性

—— 佐藤[2010]・佐藤[2011]における問題点の検証と修正 ——

佐　藤　清　和

目　次

I　はじめに

1960年代から1970年代に提示された，いわゆる不確実性下におけるCVP分析（あるいは確率的CVP分析）に関する研究では，一定時点における操業度を確率変数とするCVP分析について検討がなされた（Jaedicke and Robichek [1964], Ferrar, Hayya and Nachman [1972]，Buzby [1974], Liao [1975], Hilliard and Leitch [1975]，Liao [1975]，Kottas and Lau [1978]，Ismail and Lounderback [1979]，Shih [1979]）。しかしながら，これまでCVP項目の時系列に対応する動学的視点からの確率的CVP分析が検討されることはなかった。

これに対して佐藤[2010]および佐藤[2011]では，CVP項目のうちの売上高が幾何ブラウン運動および2項確率過程に従うと仮定した上で，売上高を原資産また利益をその派生資産とするオプション価格式を導出し，これによる利益の期待値計算をもって確率的CVP分析に関する動学モデルとして提示した。

ただし，両論文には以下のような2つの問題点が，必ずしも詳細な説明の無いまま記述されている。その一つは，両論文のCVP分析モデルに共通する基本的なアイディアに関する問題点である。それは売上高と利益の間に損益

分岐点を介するコール・オプションと類似したペイオフ構造があることを根拠として，コール・オプションと同様の条件付請求権の価格モデルをもって期待利益を予測するところにある。ここで予測対象とされた期待利益とは，もとより売上高と原価の差額として定義される利益の予測値に他ならない。したがって，このような差額概念としての利益をコール・オプションに関する資産価格モデルを用いて評価するためには，利益に何らかのオプション的性質があることが説明されなければならない。しかしながら，前掲論文では利益のペイオフ構造以外には，そのオプション的性質についての詳細は記述されていない。

さらにもう一つの問題とは，売上高および利益には，それぞれオプション契約のような取引市場が存在しないという点である。会計数値である売上高や利益とは，例えば証券化等のプロセスを経ない限り，それ自体が市場での取引対象になることはない。この問題点は，いわゆる「天候デリバティブ」と同様の不完備市場における条件付請求権の価格付け問題と同質性を有するものであるが，前掲論文ではこの点について必ずしも明確には論述されていない。

本稿の目的は，以上のような2つの問題点について再度検討を加え，その修正を行うことにある。

II　問題の所在

1．佐藤[2010]の問題点

本章では冒頭に提起した第一の問題について検討する。まずπ，S，VおよびFをそれぞれ利益，売上高，変動費および固定費とする。貢献利益率mは$1-(S/V)$と定義されるから，CVPの関係式は次式で与えられる。

$$\pi = S - V - F = mS - F \qquad [1]$$

ここで会計期間tの期末時点をTで表わすと，πは期末売上高S_Tと時間の関数として次式のように表わされる。

$$\pi(S_T,T)=\begin{cases} m(S_T-B)\cdots S_T \geq B \\ m(B-S_T)\cdots B<S_T \end{cases} \qquad [2]$$

ここで，Bは損益分岐点売上高であり，$B=F/m$である。[2]式はS_TがB以上であれば利益が生じ，逆にS_TがB未満の場合には損失が生じることを示している。その上で佐藤[2010]では，Sは幾何ブラウン運動に従うと仮定され次式によって与えられる。

$$dS=\mu Sdt+\sigma SdZ \qquad [3]$$

μおよびσは，それぞれ売上高の期待成長率および標準偏差を示す。また時系列 $Z(t)$ は標準ウィーナー過程にしたがう不確実要素であり，$dZ=\lim_{\Delta t\to 0}=\sqrt{dt}$である。ここで$\pi$が売上高と時間の関数：$\pi=\pi(S,t)$で与えられるとすると，その微分は「伊藤の補題」より次式に従うことになる。

$$d\pi=\left(\pi_S\mu S+\pi_t+\frac{1}{2}\pi_{SS}\sigma^2S^2\right)dt+\pi_S dSdZ \qquad [4]$$

ただし，$\pi_t=\partial\pi/\partial t$，$\pi_S=\partial\pi/\partial S$ および $\pi_{SS}=\partial^2\pi/\partial S^2$ である。その上でオプション契約のペイオフ構造との類似性を根拠として，以下のようなプロセスでコール･オプションの価格に擬制された利益方程式が導出される（以下，佐藤[2010]p.224の(5)～(8)式を参照）。

まずSに関する導関数π_Sが$d\pi/dS=m$であることから次式が示される[1)]。

$$\pi_S S-\pi=F \qquad [5]$$

これより[5]式の微小時間$\Delta t=t/n$ $(0<n<\infty)$における変化量は，次式のとおりになる。

$$\pi_S\Delta S-\Delta\pi=F\Delta t \qquad [6]$$

佐藤[2010]では，[6]式のΔSおよび$\Delta\pi$に，それぞれ[3]式のdSおよび[4]式の$d\pi$を代入することによって，次式が得られるとしている。

$$\left(-\pi_t - \frac{1}{2}\pi_{SS}\sigma^2 S^2\right)dt = Fdt \qquad [7]$$

その上で[7]式右辺のFに[5]式を代入し，両辺からdtを控除し返々整理することにって，次式のようなπに関する偏微分方程式が導かれる。

$$\pi(S,t) = \pi_t(S,t) + S\pi_S(S,t) + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \pi_{SS}(S,t) \qquad [8]$$

以上のようにコール・オプションの価格付けと同様のプロセスに従って利益に関する偏微分方程式を導き，その解析解をもって期待利益を得るという方法をCVP分析の確率的動学化モデルとして提示したのである。

以上の議論の根幹は，無裁定条件が仮定された完備市場において無リスク・ポートフォリオ($\pi = \pi_S S - F$とおけば，左辺のπに対して右辺はその複製ポートフォリオ)を構築するというコール・オプションのプライシングの考え方に準拠しつつ，[5]式以降において利益の期待値計算を試みているところにある。

佐藤[2010]では，この利益方程式を解く過程については詳細に記述されているが，CVPの関係式である[1]式および[5]式で表わされる利益式が、何故コール・オプションのプライシングに準拠して導かれるのか，その根拠については必ずしも明確には述べられていない。具体的には，そもそも利益自体にコール・オプションとしての性質が内包されているのか，という点についての説明が欠落しているということである。

利益とは，収益と費用(CVP分析の枠組みにおいては売上高と原価)の差額として定義される数値であるから，利益それ自体にオプション契約のような条件付請求権という性質を付与することはできない。すなわち，利益は無リスク・ポートフォリオや複製ポートフォリオの構成要素となり得るような資産性を有してはいないのである。

一方で会計数値としての利益は，純資産の増分として測定・記録される対象である。ただし，この利益に対応する純資産の増分とは，必ずしも特定の資産との直接的な関連性に基づいて測定されるものではない。つまり利益と

は個別資産との対応関係が明確化されていない純資産の増分だということになる。この意味において，［１］および［５］の利益式は両辺の定量的関係を示すものではなく，単に利益の定義式であると同時にその変形式に過ぎないのであって，このような式変形のプロセスだけから［８］式のような利益方程式を導くことはできないことになる。

このように佐藤[2010]の問題点とは，利益のペイオフ構造に基づいて利益そのものをコール・オプションに擬制して利益方程式を導出したところにある。次章では利益のオプション的性質という視点からこの問題点について検討を加えることとする。

２．佐藤[2011]の問題点

佐藤[2011]では，CVP項目の不確実性下における動態が離散時間型の利益方程式という形で展開されているため，前節と同様の利益のオプション的性質という問題点に加えて，原資産としての売上高に関する問題点が表出された結果となっている。

同稿では２期間における売上高の変化率(S_{t+1}/S_t)を，売上高が増加する場合はu，また売上高が減少する場合はdとおき，売上高の増加ないし減少に応じた$t+1$期の利益πを次式のように表わしている(ただし，以下では添え字$t+1$は省略する)。

$$\begin{cases}\pi_u = muS - F \\ \pi_d = mdS - F\end{cases} \tag{9}$$

両式より$m=(\pi_u-\pi_d)/(u-d)$および$F=(d\pi_u-u\pi_d)/(u-d)$が得られるから，これらを［１］式に代入することによって次式が得られる。

$$\pi = \frac{(1-d)\pi_u + (u-1)\pi_d}{u-d} \tag{10}$$

ここで$p=(1-d)/(u-d)$および$1-p=(u-1)/(u-d)$とおくと，次式のような２項過程に従う期待利益$E[\pi]$が得られる。

$$E[\pi] = p\pi_u + (1-p)\pi_d \qquad [11]$$

ここで $0 \leq p \leq 1$ であることを前提条件とすると，pおよび$1-p$はオプション価格理論における「リスク中立確率」と同様の擬似確率として与えられることになる。

以上のプロセスで問題となるのは，[9]式を単純に連立方程式とみなすところにある。なぜなら，これら2式が連立方程式であるということは，売上高の増加(uS)と減少(dS)という事象が同時に生起することを意味。しかしながら，そもそも売上高の増加と減少は同時には生起しない排反事象(あるいは相互に余事象)であるから，[9]式を連立方程式として取り扱うことはできない。無論ここで売上高の増減率ではなく，売上高の増加および減少の確率(推移確率)が与えられたというのであれば，[9]式による期待利益の計算は可能となる。

すなわち，売上高の増減率に基づいて利益に関する期待値計算を実行するためには，売上高の変動に関する何らかの仮定が必要になるということである。しかしながら，同稿ではこの点について必ずしも明確な説明は与えられていない。

そこで次章では，CVP分析の前提条件および売上高の変動に関する仮定という2つの視点から以上の問題点について検討し，その解消に努めることとする。

Ⅲ　利益のオプション性とマルチンゲール測度の導入

1．佐藤[2010]の検討：利益数値のオプション性について

収益と費用の差額として定義される利益は，具体的な財貨や役務との対応関係を有しないという意味では，資産としての実在性を具備していない。より正確に言えば，利益とは単位期間における純資産(正味財産)の増分であるという点で，それは何らかの資産の増分を伴っているはずではあるが，会計記録上の利益には直接的な対応関係を有する具体的な資産を特定する機能はない，ということである(その典型的な例が，利益とキャッシュ・フローの期末在高が一致しないという現象である)。

これに対してコール・オプションとは条件付き請求権の一つである。それ

は特定の条件が満たされた場合に何らかの財貨・役務を獲得できる権利という意味での資産性を有している[2)]。

一方,利益とは特定の資産を指示するという意味においても,またオプション契約における条件付請求権という意味においても，それ自体に資産性が付与されているとは言い難い概念である。したがって，利益に対して直接的にオプション契約の資産価格モデルを適用し，これによって期待利益を定式化することはできない，ということになる。

一方，利益は純資産の増分として記録される過程において，ひと度は収益ないし費用といった純資産に関する「代位勘定[3)]」を媒介して測定・記録された上で，会計期末において「損益勘定」という特殊な集合勘定での集計を経て，その勘定残高（差額）として測定される。このような複雑な（財産計算における代位的）記録システムがとられるのは,純資産領域において拠出資本と利益を峻別するためである。すなわち，拠出資本の維持を目的として，収益および費用というフィルターを通して識別された純資産の増分だけが利益として認識され，これに相当する純資産増分だけが企業外部への流出可能額として配当原資になるのである。

言いかえれば,利益とは収益が費用を超過する（「損益勘定」に貸方残高が生じる）ことを条件として認識される純資産増分であり,このプロセスを経ることを根拠として出資者に対する配当原資と認められる会計数値である。これを出資者側からみれば，利益とは収益が費用を超過することを条件として認識され，その測定額に基づく利益相当分の資産に対する分配請求を提起するための根拠となる会計数値である[4)]。

以上の議論をCVP分析の枠組みで記述すれば，次のようになる。すなわち，利益とは売上高（販売量）が損益分岐売上高（損益分岐販売量）を超過することを条件として認識されるとともに，拠出資本から識別されて出資者による配当請求の対象とされる純資産増分ということになる。このように利益とは，拠出資本からの分離が許された純資産増分に対する分配請求権の対象となる数値であるという点こそ，利益にコール・オプションと同様の資産的性質（以下，オプション性と称す）が備わっていると考える根拠に他ならない。

さらに言えば，利益のオプション性を担保する利益配当請求権とは，実際

には株式に化体された権利であることから，利益を測定(予測)するということは(配当性向を所与とすれば)，株式の将来価値を評価することと同値ということになる。あるいは，むしろオプション性という視点からすれば，まさに利益配当請求権それ自体がコール・オプションに他ならないと考えられる。以上のような利益に関するオプション性から演繹される抽象的な資産性に基づいて，佐藤[2010]ではコール・オプションに擬制された利益方程式が提案されたのである。

なお佐藤[2010]では，[２]式のように利益ばかりでなく損失が生じる場合についても記述があり(佐藤[2010]の[14]から[21]式を参照)，そこでは言外に負のオプションを想定した定式化が試みられている。すなわち，売上高が権利行使価格である損益分岐点売上高を下回る場合である。しかしながら，上述の通り利益の測定値に依拠する利益配当請求権とは，損失発生時には行使されない(利益配当請求権は成立しない)。この点でもまた，利益そのものではなく，利益配当請求権こそがコール・オプション(の買い手)と同様のペイオフ構造を示すということになる。

以上について整理すれば，次のようになる。

(1)　佐藤[2010]では，利益自体をコール・オプションに擬制した利益方程式が示されたが，正しくは利益そのものではなく，むしろ利益を対象とする利益配当請求権の期待価値について，コール・オプションを擬制した予測方程式が示されたことになる。

(2)　期待利益の予測にともなって，利益配当請求権が化体された株式価値をコール・オプションと同様の価格モデルによって推定することができる。

(3)　利益に基づくペイオフには負の場合(損失発生の場合)が含まれるが，この場合には利益配当請求権は行使されない。したがって，佐藤[2010]の期待利益の計算式はコール・オプションにおけるペイオフと同様，損益分岐点売上高以下のケース(本稿[２]式下段の不等式の場合)を捨象するよう修正される必要がある。

(4)　以上をCVP分析の枠組みによって記述すると，(利益ではなく)利益配当請求権(および株式)とは，売上高(ないし販売量)を原資産とするコール・オプションとしての性質を有しており，その権利行使価格は損益分

岐点売上高(ないし損益分岐販売量)に相当する。

以上のように[5]式およびその変化分である[6]式が，利益配当請求権をコール・オプション，また売上高を原資産，さらには損益分岐点売上高を権利行使価格とする派生資産を擬制した条件付請求権として構築されることの正当性が示された。したがって，[8]式の利益方程式の解は，原資産である売上高の推移に基づいて予測される期待利益を示すことになる。以上の点を考慮して連続時間における期待利益を予測するCVP分析モデルを定式化したものが次式である。

$$D = h \cdot \max\left[\pi = mS - F, 0\right] \qquad [12]$$

ここでDおよびhは，それぞれ利益配当請求権(株式価値)ならびに配当性向である。

2．佐藤[2011]の検討：売上高のマルチンゲール性について

佐藤[2011]では[9]式を連立方程式として解くことにより，[11]式のリスク中立確率pおよび$1-p$を用いて期待利益が求められた(前節で修正したように，予測対象となるのは期待利益ではなく利益配当請求権の期待価値であるが，ここでは同稿の趣旨に沿って期待利益という表記を用いる)。ただし，同稿ではリスク中立確率の確率としての性質，ならびにリスク中立性という性質については，必ずしも十分な記述がなされていない。そこで以下では，この点について補足する作業を通じて同稿の問題点について検討し，その修正を試みる。

まず前章で取り上げた検討課題である[9]式における2つの式の性質について検討する。前述のごとく同式では連立方程式として解かれた上で，パラメータであるuおよびdによってリスク中立確率が算出されている。ただし，これらの2式は同一企業の利益発生状況を，売上高の増加ないし減少という2つの事象に分けて記述したものに過ぎない(もし両式が異なる企業，あるいは異なる時点のCVP関係式であるならば，両式を連立方程式とする解とは，両式を同時に満たす売上高と利益ということになる。すなわち，売上高を定義域また利益を値域とするグラフで示せば，2つの利益線の交点を求めたこ

とに相当する)。

すなわち[9]式とは，あくまで$\pi = mS - F$というCVP分析の前提条件である線形の利益式の上において，売上高の増加ないし減少に起因する利益額の増減を示しているに過ぎない。したがって，同式を連立して解くということは，(uS, π_u)および(dS, π_d)からなる売上高と利益の2つの増減点が線形利益式$\pi = mS - F$上に位置するための条件を，uおよびdという売上高に係るパラメータを用いて表わしたということに帰着する。その結果として貢献利益率は$m = (\pi_u - \pi_d)/(u-d)S$, および固定費は$F = (d\pi_u - u\pi_d)/(u-d)$と表わされているのである。

言いかえれば，[9]式を連立方程式として解くということは，売上高と利益の関係が一次式で表されるというCVP分析の前提条件が，売上高の増減変動にも係わらず保持されるということを，パラメータであるuとdを用いて表示するという操作に過ぎない，ということになる。つまり[9]式から[11]式は，売上高がuSからdSの大きさで増減変動した場合に，利益は$\pi = mS - F$の関係を維持しつつ，$\pi_u = muS - F$から$\pi_d = mdS - F$の範囲内のいずれかの分割点に収束することを示している，ということである。

したがって，[9]式から[11]式への操作から得られたpおよび$1-p$をもって，ただちに期待利益を導出するためのリスク中立確率とみなすことは，少なくともこの段階では自明ではないと考えられる。つまり，ここで問題なのはpおよび$1-p$は，なぜ確率とみなされるのか，またそれらがリスク中立性を有するとは，どのような意味なのかということが明らかにされる必要がある，ということである。

まずpおよび$1-p$を確率と見なすためには，$0 \leq p \leq 1$であればよい。そのためには，売上高の増減率について$0 < d < 1 < u$が満たされなければならない。これは次期の売上高の増加率は1より大きく，逆に減少率は0より大きく1より小さくなければならない，ということを意味している。すなわち，売上高は当期よりも増加するか，あるいは減少するかのいずれかであるという点で，増加と減少という変動方向に関してランダム性が仮定されている，ということである。

続いて，pおよび$1-p$をリスク中立性という視点から検討する。ここでリ

スク中立性とは、売上高および利益の推移がマルチンゲールに従うという仮定に依拠するものである。マルチンゲールとは（本稿の内容に即して説明すれば），次期の売上高および利益の条件付期待値が，それぞれ当期の売上高および利益に一致するという性質である。添字tを会計期間とすると，売上高に関するマルチンゲールは次式で定義される[5]。

$$E\left[S_{t+1} \mid S_t\right] = S_t \tag{13}$$

これは当期の売上高S_tを条件とする，次期売上高S_{t+1}の条件付期待値が，当期売上高S_tに一致するということを示している。そこで次期の売上高が増加ないし減少する確率を,それぞれqないし１－qとおくと，マルチンゲールが仮定された売上高の条件付期待値は，次式で与えられる。

$$E\left[S_{t+1} \mid S_t\right] = quS_t + (1-q)dS_t = S_t \tag{14}$$

[14]式からqおよび１－qを求めると次のようになる。

$$q = \frac{1-d}{u-d}\ ,\ 1-q = \frac{u-1}{u-d} \tag{15}$$

この値はマルチンゲール測度と呼ばれ，売上高に限らず利益についても同じ値をとる。ところで，このqおよび１－qは[11]式におけるpおよびp－１と同値である。このことは，［９］式で定義された売上高の増減とそれに対応する利益の変動を示した関係式に対してもマルチンゲール性が仮定されていることを意味する。すなわち，[11]式で与えられる期待利益とは，売上高および利益の推移にマルチンゲール性を仮定することから自然に導出される，ということである。

以上より，[11]式におけるpおよびp－１がリスク中立確率であるということは，同式による期待利益が，売上高の増減率に関するボラティリティーとしての不確実性（リスク）情報は有しているが，売上高の推移確率に関する知識は有していない予測者によってなされた，確実性等価に他ならない，ということを意味する。このように売上高の推移確率に依存しない確実性等価を与える確率的数値であるということが，pおよび１－pのリスク中立性の意味

するところである。

オプション価格理論における無裁定条件に即して，この確実性等価について説明を加えるならば，「無裁定である」とは，ある資産の価格が上昇するか下落するかという情報がランダムに得られることと，当該資産の価格が確実に得られることが同等であると評価されている状態，という意味である。すなわち，ここでのCVP分析の分析者＝予測者とは，あたかも市場における無裁定条件に従っているかのような予測行動をとるものと仮定されている，ということになる[6)]。

したがって，前節で指摘したように売上高や利益にはオプション契約のような取引市場が存在しないことから，期待利益の予測に関してオプション市場と同様の無裁定条件が適用できない，ということはもはや重要な問題ではなくなる。むしろ佐藤[2011]の趣旨は，確実性等価という視点からランダムな売上高にマルチンゲール性を仮定し，そこで得られる確実性等価としての期待利益を合理的な予測値として受け入れることが前提とされた，あらたなCVP分析ならびに利益計画の方法を提起するところにあったと考えられる。

この点はCVP分析を行う分析者（経営者）の不確実性に対する主観的判断に依存するところではあるが，そもそもCVP分析に基づく短期利益計画の段階では，売上高に係わる将来情報としての客観的な推移確率が得られないのが一般的だと考えられる。その反面，売上高の増減情報（通常は過去の売上推移の偏差であるボラティリティー）に基づいた確実性等価としての期待売上高，および期待利益に基づく利益配当請求権の推定が可能となることには，少なくとも管理会計上の有用性を期待できるであろう。

このように売上高にマルチンゲール性を仮定するということ，すなわち次期における売上高の条件付期待値が当期売上高に一致（収束）するという仮定は，この手法が条件付期待値に対してあたかも予算管理や利益計画における販売予算や目標利益のような役割を付与する意図的な設定のように思われるかもしれない。

しかしながら，本稿の売上高のように推移確率は不明であってもその増減率が与えられているような測定対象とは，一般にマルチンゲール性を満たすことが分かっている[7)]。この点について２期間の２項モデルを用いて説明す

れば，次のようになる。

まず$t=0, 1, 2$の2期間の売上高を，それぞれS_0，S_1およびS_2とおく。また確率pで$u\,(u>1)$，また確率$1-p$で$d\,(0<d<1)$の値をとる2つの独立した確率変数$X_i\,(i=1,\ 2)$を用意する。これにより時系列$S_1=X_1S_0$および$S_2=X_2S_1$が得られるが，それぞれの条件付期待値は次式のように，

$$\begin{aligned} E\left[S_2 \mid S_1=uS_0\right] &= E\left[S_2 \mid X_1=u\right] \\ &= E\left[X_2 \mid X_1=u\right]uS_0 \\ &= E\left[X_2\right]uS_0 \\ &= \left\{pu+(1-p)\,d\right\}uS_0 \end{aligned} \qquad [16]$$

および，

$$E\left[S_2 \mid S_1=dS_0\right]=\left\{pu+(1-p)\,d\right\}uS_0 \qquad [17]$$

で与えられる。ここでpおよび$1-p$を，それぞれ[15]式と同様のマルチンゲール測度とすると，$pu+(1-p)\,d=1$であることから，[16]および[17]式は，それぞれが次式のとおりマルチンゲールになることが示される。

$$E\left[S_2 \mid S_1=uS_0\right]=uS_0 \qquad [18]$$

$$E\left[S_2 \mid S_1=dS_0\right]=dS_0 \qquad [19]$$

以上のように，売上高の増減率から導かれるリスク中立確率に基づいて計算される条件付期待値はマルチンゲールになる。すなわち，マルチンゲール性を満たすことが仮定された測定対象については，リスク中立確率を用いた期待値計算が可能であることが保証される，ということである。

このようにリスク中立確率とマルチンゲール性という仮定は表裏一体の関係にあり，したがって，マルチンゲール性を仮定するということは必ずしも予算管理ないし利益計画上の指標を設定するための特別な措置ではない，ということが明らかになった。

なお，本稿で取り上げた線形のCVP関係式（利益式）を前提とする利益予測

(正確には利益配当請求権の期待価値計算)モデルでは，オプション価格理論における無リスク金利は登場しない。もとより複数期間にわたる動学的CVPモデルにおいては，当期(期首)から次期(期末)以降への時間の経過が前提となっている。しかしながら，本稿で検討しているCVPモデルでは，時間の経過にともなって不確実に増減変動するのは売上高のみと仮定されているため，原材料費や経費等の変動費は売上高の変動部分に比例的に吸収され，また有利子負債にともなう支払利息といった固定費もまた，負債元本の変動が想定されないことから定数化される。

すなわち，ここで検討しているのは動学的CVP分析ではありながら，基本となるCVP関係を示す線形の利益式$\pi=mS-F$には，金利の影響が及ばないと想定されている。もちろん，このようなCVP分析の前提条件を変更して時間経過にともなう金利の影響を反映したCVPモデルを考えることも可能である。

Ⅳ　まとめ

本稿では，佐藤[2010]および佐藤[2011]で提起した確率的CVP分析の動学モデルについて検討し，両者に共通する問題点，ならびにそれぞれに固有の問題点を明らかにした上で，それらの解消ないしは修正をはかった。

まず両者に共通する問題点である利益の資産性について，主に佐藤[2010]に沿って問題点を抽出しその改善点を提示した。すなわち，同稿ではCVP分析において前提となる線形の利益式に対してコール・オプションの価格モデルを適用し，オプションと同様のペイオフ構造に基づく期待利益の予測方法が示された。

しかしながら，そもそも利益を直接コール・オプションに擬制することの困難性について，利益自体の資産性という視点から会計学的に検討するとともに，そもそも利益のペイオフ構造に含まれる損失発生の可能性といった要因が利益のオプション性の障碍になることを明らかにした。その上で，コール・オプションの価格モデルを直接援用できるのは期待利益ではなく，利益を指標とする利益配当請求権(およびそれが化体された株式価値)の期待価値に関してであることを示した。

続いて,佐藤[2011]において離散時間における売上高の増減変動(ボラティリティー)に基づいたリスク中立化法による期待利益(利益配当請求権の期待価値)の推定方法に関する問題点について検討した。その結果,同稿で推定に用いられたオプション価格理論におけるリスク中立確率とは,売上高および利益の推移にマルチンゲール性を仮定したことと同値であることが明らかになった。

このことは,売上高および利益の予測値がリスク中立確率によって予測可能であることを根拠づけるとともに,両者の期待値が現時点における売上高と利益に対する確実性等価であることを含意している。したがって,売上高や利益がオプション契約のような取引市場を持たない測定対象ではあっても,これにリスク中立化法を適用することもまた正当化されるということになる。ただし,このような売上高や利益の不確実性に対して確実性等価を想定するということは,あくまでCVP分析を行う分析者の不確実性への対処策の一つに過ぎない。すなわち,入手可能な情報が売上高のボラティリティーのみの場合,この売上高にマルチンゲール性を仮定することによって,次期の期待売上高を当期売上高の確実性等価とみなすことが可能だとしても,この条件付期待値を利益計画上どのように位置づけるかという問題は,CVP分析者の判断のみに委ねられるということである。

参考文献

Buzby, S. L. 1974. Extending the applicability of probabilistic management planning and control models. *The Accounting Review* 49：42-49.

Chen, J. T. 1980. Cost-volume-profit analysis in stochastic programming models. *Decision Sciences* 11： 632-647.

Constantinides, G. M., Y. Ijiri and R. A. Leitch. 1981. Stochastic cost-volume-profit analysis with a linear demand function. *Decision Sciences* 12： 417-427.

Cox, J. C. and S. A. Ross. 1976. The valuation of option for alternative stochastic processes. *Journal of Financial Economics*, 3 ： 145-166.

Cox, J. C., S. A. Ross and M. Rubinstein. Option pricing： A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 7 ： 229-263.

Ferrara, W. L., J. C. Hayya and D. A. Nachman. 1972. Normalcy of profit in the Jaedicke-

Robichek Model. *The Accounting Review* 47：299-307.

Hilliard J. E. and R. A. Leitch. 1975. Cost-volume-profit analysis under uncertainty： A log normal approach. *The Accounting Review* 50：69-80.

Ijiri, Y. 1982. *Triple-Entry and Income Momentum*. Sarasota, FL： American Accounting Association. Studies in Accounting Research No.18.

Ijiri, Y. 1989. *Momentum Accounting and Triple-Entry Bookkeeping： Exploring the Dynamic Structure of Accounting Measurements*. Sarasota, FL： American Accounting Association. Studies in Accounting Research No.31.

Ismail, B. E. and J. G. Louderback. 1979. Optimizing and satisficing in stochastic cost-volume-profit analysis. *Decision Sciences* 10： 205-217.

Jaedicke R. K. and A. A. Robichek. 1964. Cost-volume-profit analysis under conditions of uncertainty. *The Accounting Review* 39： 917-926.

Karnani, A. 1983. Stochastic cost-volume-profit analysis in a competitive oligopoly. *Decision Sciences* 14： 187-193.

Kim, S., M. J. Abdolmohammadi and L. A. Klein. 1996. CVP under uncertainty and the manager's utility function. *Review of Quantitative Finance and Accounting* 6：133-147.

Kottas, J. F. and H. S. Lau. 1978. Direct simulation in stochastic CVP analysis. *The Accounting Review* 53：698-707.

Liao, M. 1975. Model Sampling： A stochastic cost-volume-profit analysis. *The Accounting Review* 50(October)：780-790.

Schweitzer, M., E. Trossmann, and G. H. Lawson. 1992. *Break-Even Analysis： Basic Model, Variations, Extensions*. John Wiley & Sons.

Shih, W. 1979. A general decision model for cost-volume-profit analysis under uncertainty. *The Accounting Review* 54： 678-706.

佐藤　靖・佐藤清和[2000]『キャッシュ・フロー情報：ブームの異現象を超えて』同文舘出版。

佐藤清和[2010]「不確実性下におけるCVP分析の連続時間モデルへの拡張」金沢大学経済論集，第30巻第2号。

佐藤清和[2011]「確率的CVP分析：離散時間モデル」金沢大学経済論集，第31巻第2号。

杉本典之[1991]『会計理論の探求：会計情報システムへの記号論的接近』同文舘出版。

野口悠紀雄，藤井眞理子[2000]『金融工学：ポートフォリオ選択と派生資産の経済分析』ダイヤモンド社。

原田重寿[2000]『金融・証券のためのブラック・ショールズ式とその応用』東京図書。

松原　望[2007]『入門確率過程』東京図書。

1）この導関数は貢献利益率に一致するが，その本質は利益変動の測度，すなわち利速である。この点については，Ijiri[1982]およびIjiri[1989]を参照されたい。

2）ここでは，金融商品として取引対象となっている市場性のあるオプション契約を前提として，その資産性について論じている。ただし，これをもって条件付き請求権が無条件にオンバランス化されると主張しているわけではない。

3）「代位勘定」については，杉本[1991]を参照されたい。

4）既述の通り，利益に対して直接的な関連性を有する特定の資産を対応させることは困難である。ただし，たとえば利益配当が現金による場合であれば，利益は現金という資産と関連付けて配分されたと解釈することが可能である。

5）ここで提示する条件付期待値およびマルチンゲールの定義は，確率論におけるフィルトレーション等の概念を用いず簡便な表記を用いている。

6）確実性等価による無裁定条件の説明は，野口・藤井[2000]第11章が明瞭である。

7）一般に対称ランダムウォークやブラウン運動がマルチンゲール性を満たすことは知られているが，この点については，松原[2007]，p.119に分かりやすい説明がある。